LES EQUATIONS

I. Les équations du 1er degré à une inconnue

1) Définition

Soient a et b deux nombres rationnels connus et x un nombre rationnel inconnu.
Toute égalité sous forme $ax + b = 0$ s'appelle équation de 1er degré à une inconnue

2) Exemples

- ✓ $\frac{2}{3}x + \frac{4}{5} = 0$ est une équation de 1er degré à une inconnue
- ✓ $2x - 3 = 5x + 1$ est l'aussi
- ✓ $3x^2 + 4x = 7$ n'est pas équation de 1er degré
- ✓ $3x + 4y = 2$ n'est pas équation de 1er degré à une inconnue

3) Remarque

Résoudre une équation signifie : déterminer les valeurs de l'inconnue x qui vérifient cette équation

4) Exemples

- ✓ 1 est une solution de l'équation $3x + 4 = 7$

En effet $3 \times 1 + 4 = 3 + 4 = 7$

- ✓ 2 n'est pas une solution de l'équation $\frac{3}{2}x + 5 = \frac{1}{4}$

En effet $\frac{3}{2} \times 2 + 5 = 3 + 5 = 8 \neq \frac{1}{4}$

LES EQUATIONS

5) Remarque

On peut noter l'inconnue par une autre lettre

II. Règles de résolution d'une équation

1) Règles

Pour résoudre une équation ; on déplace les nombres d'un membre de l'équation à l'autre suivant les règles suivantes :

L'équation	La solution	L'opération effectuée
$x + a = b$	$x = b - a$	On soustrait a de deux membres
$x - a = b$	$x = b + a$	On ajoute a aux deux membres
$ax = b$ $et\ a \neq 0$	$x = \frac{b}{a}$	On divise les deux membres par a
$\frac{x}{a} = b$	$x = b \times a$	On multiplie les deux membres fois a

2) Cas particuliers

L'équation	La solution
$0x = 0$	Tous les nombres sont des solutions
$0x = b\ et\ b \neq 0$	L'équation n'admet aucune solution

3) Exemples

- ✓ Résoudre l'équation $2x + 7 = 5x - 3$

On a $2x - 5x = -3 - 7$

Alors $-3x = -10$

Donc $x = \frac{-10}{-3}$

D'où $x = \frac{10}{3}$

La solution de cette équation est : $\frac{10}{3}$

- ✓ Résoudre l'équation $3 - 2\left(\frac{1}{4}x + 1\right) = 4 - (x - 1)$

On a $3 - \frac{1}{2}x - 2 = 4 - x + 1$

Alors $1 - \frac{1}{2}x = 5 - x$

Donc $2 - x = 10 - 2x$

D'où $\quad -x + 2x = 10 - 2$

Finalement $\quad x = 8$

La solution de cette équation est : 8

✓ Résoudre l'équation $\frac{2x+1}{3} + 5 = 1 - \frac{x-2}{4}$

On a $\quad \frac{4(2x+1)+4\times5}{12} = \frac{3\times1-3(x-2)}{12}$

Alors $\quad 4(2x+1) + 20 = 3 - 3(x-2)$

Donc $\quad 8x + 4 + 20 = 3 - 3x + 6$

D'où $\quad 8x + 24 = -3x + 9$

C à d $\quad 8x + 3x = 9 - 24$

Alors $\quad 11x = -15$

Donc $\quad x = \frac{-15}{11}$

La solution de cette équation est : $\frac{-15}{11}$

III. Quelques équations de $2^{ème}$ degré à une inconnue

1) Règle de produit nul

Pour tous nombres rationnels x et y on a :

$xy = 0 \quad \textit{équivalent à} \quad x = 0 \ \ ou \ \ y = 0$

2) L'équation $(ax+b)(cx+d) = 0$

Pour tous nombres a , b ,c et d on a :

$(ax+b)(cx+d) = 0 \ \textit{équivalent à} \ ax + b = 0 \ \ ou \ cx + d = 0$

3) Exemple

Résoudre l'équation $(2x+5)\left(\frac{3}{2}x - 1\right) = 0$

On a $\quad 2x + 5 = 0 \ \ ou \ \ \frac{3}{2}x - 1 = 0$

Alors $\quad 2x = -5 \quad ou \quad 3x - 2 = 0$

Donc $x = \frac{-5}{2}$ ou $3x = 2$

D'où $x = \frac{-5}{2}$ ou $x = \frac{2}{3}$

Les solutions de cette équation sont : $\frac{-5}{2}$ et $\frac{2}{3}$

4) L'équation ax(cx+d)+b(cx+d)

Pour résoudre une équation sous forme de

$ax(cx + d) + b(cx + d) = 0$

On doit la factoriser par le facteur commun ; puis la résoudre en appliquant la règle de produit nul

5) Exemple

Résoudre l'équation $4x\left(\frac{1}{7}x + 3\right) - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{7}x + 3\right) = 0$

On a $\left(\frac{1}{7}x + 3\right)\left(4x - \frac{2}{3}\right) = 0$

Donc $\frac{1}{7}x + 3 = 0$ ou $4x - \frac{2}{3} = 0$

Alors $x + 21 = 0$ ou $12x - 2 = 0$

D'où $x = -21$ ou $12x = 2$

C à d $x = -21$ ou $x = \frac{2}{12}$

Finalement $x = -21$ ou $x = \frac{1}{6}$

Les solutions de cette équation sont : -21 et $\frac{1}{6}$

6) L'équation $ax^2 - b = 0$

Pour résoudre une équation sous forme de

$ax^2 - b = 0$, on doit la factorisée par la 3^{eme} identité remarquable, puis on applique la règle de produit nul

7) Exemple

Résoudre l'équation $(2x + 1)^2 = 16$

On a $(2x + 1)^2 - 16 = 0$

Donc $(2x+1)^2 - 4^2 = 0$

Alors $[(2x+1)+4][(2x+1)-4] = 0$

D'où $[2x+5][2x-3] = 0$

C à d $2x+5=0 \ ou \ 2x-3=0$

Donc $2x=-5 \ ou \ 2x=3$

Finalement $x=\frac{-5}{2} \ ou \ x=\frac{3}{2}$

Les solutions de cette équation sont : $\frac{-5}{2} \ et \ \frac{3}{2}$

8) L'équation $(ax+b)^2 = 0$ ou $(ax-b)^2 = 0$

Pour tous nombres a et b on a :

$$(ax+b)^2 = 0 \text{ équivalant à } ax+b=0 \text{ équivalant à } x=\frac{-b}{a}$$

$$(ax-b)^2 = 0 \text{ équivalant à } ax-b=0 \text{ équivalant à } x=\frac{b}{a}$$

9) Exemple

Résoudre l'équation $4x^2+12x+9=0$

On a $(2x+3)^2 = 0$

Alors $2x+3=0$

Donc $x=\frac{-3}{2}$

La solution de cette équation est : $\frac{-3}{2}$